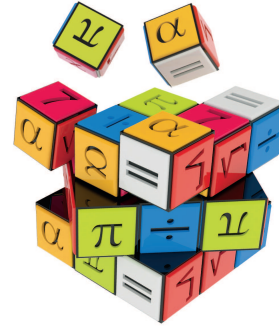


Prueba Final - Primer Día



Junio 1 de 2013

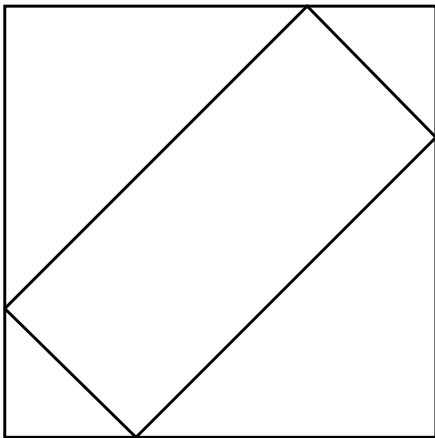
Nivel Avanzado

10° y 11°

INSTRUCCIONES PARA LA PRESENTACIÓN DE LA PRUEBA

1. Asegúrese de que la prueba y el cuadernillo que le entregan corresponden a su nivel.
2. La prueba para el día de hoy consta de 4 preguntas de respuesta abierta. Al contestar una pregunta, debe justificar completamente su respuesta. Si no se presenta la justificación, sólo se otorgará la quinta parte del puntaje asignado al problema.
3. Para la realización de la prueba, sólo se necesita lápiz y borrador; por tanto, NO se permite el uso de ningún tipo de material adicional (computadores, celulares, calculadoras, libros, cuadernos, etc).
4. La prueba se calificará de acuerdo al puntaje indicado en cada problema.
5. El estudiante no puede hacer preguntas durante el desarrollo de la prueba.
6. Al terminar la prueba, el estudiante debe devolver al profesor encargado únicamente el CUADERNILLO DE RESPUESTAS (puede conservar este temario), sin olvidar marcar todas las hojas del cuadernillo con su nombre, colegio, municipio, grado, número de identificación y firma.
7. La prueba tiene una duración máxima de 3 horas.

1. [10 puntos] Un triángulo rectángulo isosceles se extrae de cada esquina de un cuadrado de papel de tal manera que queda un rectángulo con una diagonal de longitud $5\sqrt{6}$. ¿Cuál es el área total de las piezas removidas?



2. [14 puntos] En cierto juego hay varios montones de piedras que pueden modificarse de acuerdo a las siguientes 2 reglas:

(1) Se pueden juntar dos de los montones en uno solo.

(2) Si un montón tiene un número par de piedras, se puede partir en dos montones con el mismo número de piedras cada uno.

Al principio del juego hay tres montones, uno con 5, otro con 49 y otro con 51. Determinar si es posible lograr, con movimientos sucesivos, y siguiendo las reglas (1) y (2), que al final haya 105 montones, cada uno con una piedra.

3. [10 puntos] Si V , W y Z , son los volúmenes de los sólidos generados al hacer rotar un triángulo rectángulo alrededor de la hipotenusa y de cada uno de los catetos, respectivamente, demuestre que:

$$\frac{1}{V^2} = \frac{1}{W^2} + \frac{1}{Z^2}$$

4. [16 puntos] Describa la forma de todos los números naturales que se pueden escribir como:

- a) suma de dos cuadrados,
- b) suma de tres cuadrados.

Prueba Final - Segundo Día



Junio 2 de 2013

Nivel Avanzado

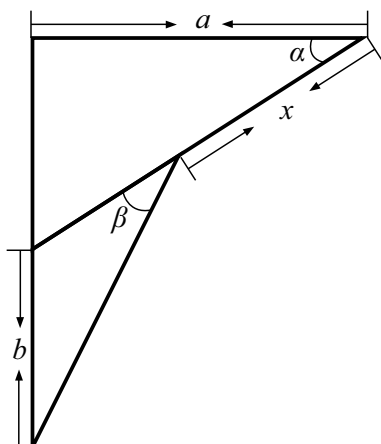
10° y 11°

INSTRUCCIONES PARA LA PRESENTACIÓN DE LA PRUEBA

1. Asegúrese de que la prueba y el cuadernillo que le entregan corresponden a su nivel.
2. La prueba para el día de hoy consta de 3 preguntas de respuesta abierta. Al contestar una pregunta, debe justificar completamente su respuesta. Si no se presenta la justificación, sólo se otorgará la quinta parte del puntaje asignado al problema.
3. Para la realización de la prueba, sólo se necesita lápiz y borrador; por tanto, NO se permite el uso de ningún tipo de material adicional (computadores, celulares, calculadoras, libros, cuadernos, etc).
4. La prueba se calificará de acuerdo al puntaje indicado en cada problema.
5. El estudiante no puede hacer preguntas durante el desarrollo de la prueba.
6. Al terminar la prueba, el estudiante debe devolver al profesor encargado únicamente el CUADERNILLO DE RESPUESTAS (puede conservar este temario), sin olvidar marcar todas las hojas del cuadernillo con su nombre, colegio, municipio, grado, número de identificación y firma.
7. La prueba tiene una duración máxima de 2 horas y media.

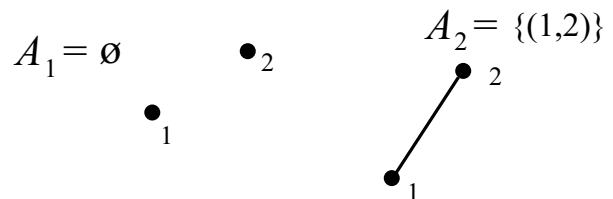
1. [15 puntos] Los doce números de un reloj se desprendieron y al colocarlos de nuevo se cometieron algunos errores. Muestre que en la nueva ubicación hay un número que al sumarle los dos números que quedaron a sus lados, el resultado es mayor o igual a 20.

2. [15 puntos] Exprese x en términos de los ángulos α, β y las longitudes a y b .



3. [20 puntos] Un grafo $G = (V, A)$ es una pareja donde V es un conjunto de puntos distintos que se llaman *vértices* y un conjunto A cuyos elementos se llaman *aristas*. El conjunto A puede ser vacío, y en este caso, el grafo estará formado únicamente por los *vértices*.

Por ejemplo, los grafos de dos vértices, se pueden representar así:



Donde $V = \{1, 2\}$ y: $G_1 = (V, A_1)$, con $A_1 = \phi$ (vacío) y $G_2 = (V, A_2)$ con $A_2 = \{(1, 2)\}$.

Con la información anterior, para $V = \{1, 2, 3, 4\}$, ¿cuántos grafos de cuatro vértices hay?