

Prueba Final - Segundo día



Junio 14 de 2009

Nivel Avanzado

Grados 10 y 11

INSTRUCCIONES PARA LA PRESENTACIÓN DE LA PRUEBA

1. Asegúrese que la prueba y el cuadernillo que le entregan corresponde a su nivel.
2. La prueba para el día de hoy consta de 4 preguntas de respuesta abierta. Para contestar una pregunta, escriba la respuesta del problema en la parte superior de la página de soluciones y su justificación en el resto de la página. Si no se presenta la justificación, sólo se otorgará la quinta parte del puntaje asignado al problema.
3. Para la realización de la prueba, sólo se necesita lápiz y borrador; por tanto, **NO** se permite el uso de ningún tipo de material adicional (Computadores, celulares, calculadoras, libros, cuadernos, etc).
4. La prueba se calificará de acuerdo al puntaje indicado en cada problema.
5. El estudiante no puede hacer preguntas durante el desarrollo de la prueba.
6. Al terminar la prueba, el estudiante debe devolver al profesor encargado únicamente el CUADERNILLO DE RESPUESTAS (puede conservar este temario), sin olvidar marcar todas las hojas del cuadernillo con su nombre, colegio, grado, número de identificación y firma.

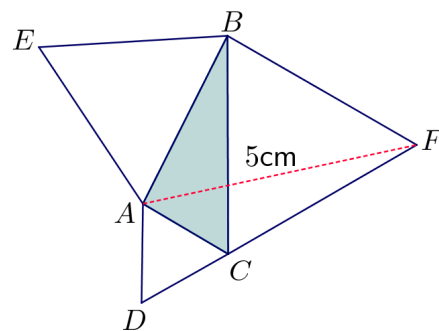
1. [10 puntos] Para cierto valor real x se tiene que $\log_2(\log_8 x) = \log_8(\log_2 x)$. ¿Cuál es el valor de $(\log_2 x)^2$?
En matemáticas, cuando se tiene que $a^n = m$, entonces $\log_a m = n$.

2. [13 puntos] Para cada subconjunto no vacío del conjunto $A = \{1, 2, 3, \dots, 2007, 2008, 2009\}$, organizamos sus elementos de mayor a menor, y asignamos los signos $+$ y $-$ alternadamente empezando con $+$, para luego sumar estos números. Por ejemplo:

Subconjuntos	{1, 12}	{5, 2, 15, 103}	{27}
Ordenamos	{12, 1}	{103, 15, 5, 2}	{27}
Asignamos signos	+12, -1	+103, -15, +5, -2	+27
Sumamos	12 - 1	103 - 15 + 5 - 2	27
Resultados	11	91	27

¿Cuál es el valor de la suma de todos los resultados obtenidos de todos los subconjuntos no vacíos de A ?

3. [12 puntos] En la figura, sobre cada lado del triángulo ABC se ha construido un triángulo equilátero. El segmento AF mide 5cm, ¿Cuánto miden los segmentos BD y CE ?



4. [15 puntos] Al reemplazar cada uno de los números naturales desde 1 hasta 2009 en la fórmula $3^n - n^2$ y efectuar las operaciones correspondientes, se obtienen 2009 números. Los cuatro primeros números que se obtienen son: $3^1 - 1^2 = 2$, $3^2 - 2^2 = 5$, $3^3 - 3^2 = 18$ y $3^4 - 4^2 = 65$. ¿Cuántos de estos 2009 números son múltiplos de 5?

Universidad del Valle

Vicerrectoría Académica - Facultad de Ciencias Naturales y Exactas
Dirección de Regionalización - Fundación de Apoyo a la Universidad del Valle
Departamento de Matemáticas

<http://matematicas.univalle.edu.co/orm/>

olimpiadasmaticas@univalle.edu.co - orm.univalle@gmail.com - orm.univalle@hotmail.com