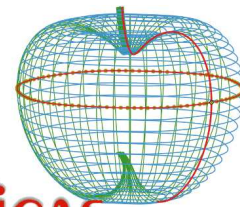


Prueba Final - Segundo día



Olimpiadas
REGIONALES
DE MATEMÁTICAS



Universidad del Valle

Junio 13 de 2010

Nivel Avanzado

Grados 10 y 11

INSTRUCCIONES PARA LA PRESENTACIÓN DE LA PRUEBA

1. Asegúrese que la prueba y el cuadernillo que le entregan corresponde a su nivel.
2. La prueba para el día de hoy consta de 3 preguntas de respuesta abierta. Para contestar una pregunta, escriba la respuesta del problema en la parte superior de la página de soluciones y su justificación en el resto de la página. Si no se presenta la justificación, sólo se otorgará la quinta parte del puntaje asignado al problema.
3. Para la realización de la prueba, sólo se necesita lápiz y borrador; por tanto, **NO** se permite el uso de ningún tipo de material adicional (Computadores, celulares, calculadoras, libros, cuadernos, etc).
4. La prueba se calificará de acuerdo al puntaje indicado en cada problema.
5. El estudiante no puede hacer preguntas durante el desarrollo de la prueba.
6. Al terminar la prueba, el estudiante debe devolver al profesor encargado únicamente el CUADERNILLO DE RESPUESTAS (puede conservar este temario), sin olvidar marcar todas las hojas del cuadernillo con su nombre, colegio, municipio, grado, número de identificación y firma.

1. **[20 puntos]** Dos jugadores A y B lanzan un dado alternadamente, iniciando A . Las reglas para conocer el ganador del juego son las siguientes:

- Si A saca 6 en el primer lanzamiento, gana A ; en caso contrario lanza B .
- Si B saca 5 ó 6, gana B ; en caso contrario lanza A .
- Si A saca 4, 5, ó 6, gana A , en caso contrario lanza B .
- Si B saca 3, 4, 5 ó 6, gana B ; en caso contrario lanza A .

... y así sucesivamente. ¿Cuál es la probabilidad de que gane el jugador A ?

2. **[12 puntos]** Demuestre que se pueden encontrar dos números primos distintos p y q tal que la diferencia $p - q$ es un múltiplo de 2010.

3. Considere la ecuación $x + y + z + w = n$, donde n es un número entero positivo mayor o igual a 4. Una solución entera y positiva es una cuaterna (x, y, z, w) de enteros positivos que satisface la ecuación para un n dado. Por ejemplo, para $n = 10$ una solución de la ecuación $x + y + z + w = 10$ es $(1, 2, 3, 4)$, puesto que $1 + 2 + 3 + 4 = 10$.

- (a) **[8 puntos]** Determine el número de soluciones enteras y positivas de la ecuación para $n = 10$.
- (b) **[10 puntos]** Determine una fórmula que cuente el número de soluciones enteras y positivas de la ecuación $x + y + z + w = n$.

Observación: Las soluciones $(2, 2, 2, 4)$, $(2, 2, 4, 2)$, $(2, 4, 2, 2)$ y $(4, 2, 2, 2)$ para $n = 10$, se consideran todas diferentes.

Universidad del Valle

Vicerrectoría Académica - Facultad de Ciencias Naturales y Exactas
Dirección de Regionalización - Fundación de Apoyo a la Universidad del Valle
Departamento de Matemáticas

<http://matematicas.univalle.edu.co/orm/>

olimpiadasmaticas@univalle.edu.co - orm.univalle@gmail.com - orm.univalle@hotmail.com