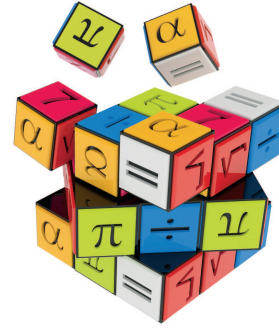


# Prueba Final - Primer Día



Junio 1 de 2013

## Nivel Medio

8° y 9°

### INSTRUCCIONES PARA LA PRESENTACIÓN DE LA PRUEBA

1. Asegúrese de que la prueba y el cuadernillo que le entregan corresponden a su nivel.
2. La prueba para el día de hoy consta de 4 preguntas de respuesta abierta. Al contestar una pregunta, debe justificar completamente su respuesta. Si no se presenta la justificación, sólo se otorgará la quinta parte del puntaje asignado al problema.
3. Para la realización de la prueba, sólo se necesita lápiz y borrador; por tanto, NO se permite el uso de ningún tipo de material adicional (computadores, celulares, calculadoras, libros, cuadernos, etc).
4. La prueba se calificará de acuerdo al puntaje indicado en cada problema.
5. El estudiante no puede hacer preguntas durante el desarrollo de la prueba.
6. Al terminar la prueba, el estudiante debe devolver al profesor encargado únicamente el CUADERNILLO DE RESPUESTAS (puede conservar este temario), sin olvidar marcar todas las hojas del cuadernillo con su nombre, colegio, municipio, grado, número de identificación y firma.
7. La prueba tiene una duración máxima de 3 horas.

---

**1. [10 puntos]** Se tienen tres cubos rojos iguales entre sí y tres cubos verdes, iguales entre sí y más pequeños que los cubos rojos. El volumen total de los seis cubos es igual a  $840 \text{ cm}^3$ . Si se hace una torre con los seis cubos la altura es de 30 cm. Hallar las dimensiones de los cubos sabiendo que las longitudes de sus aristas son números enteros.

**2. [15 puntos]** Los enteros 3 y 4 pueden escribirse mediante sumas como:

- $3, 1 + 2, 2 + 1, 1 + 1 + 1$
- $4, 1 + 3, 3 + 1, 1 + 1 + 2, 1 + 2 + 1, 2 + 1 + 1, 2 + 2, 1 + 1 + 1 + 1$

respectivamente. ¿De cuántas maneras puede escribirse el entero 7?

**3. [10 puntos]** En cierto juego hay varios montones de piedras que pueden modificarse de acuerdo a las siguientes 2 reglas:

- (1) Se pueden juntar dos de los montones en uno solo.
- (2) Si un montón tiene un número par de piedras, se puede partir en dos montones con el mismo número de piedras cada uno.

Al principio del juego hay tres montones, uno con 5, otro con 49 y otro con 51. Determinar si es posible lograr, con movimientos sucesivos, y siguiendo las reglas (1) y (2), que al final haya 105 montones, cada uno con una piedra.



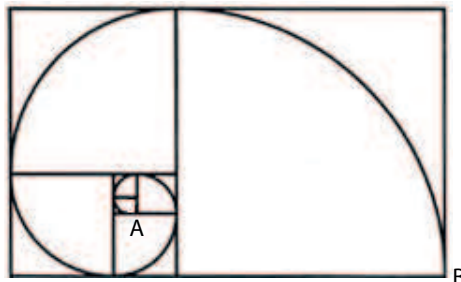
Universidad  
del Valle

Universidad del Valle  
Departamento de Matemáticas  
<http://matematicas.univalle.edu.co/orm>  
[orm.univalle@gmail.com](mailto:orm.univalle@gmail.com)



Departamento de  
Matemáticas

4. [15 puntos] Alberto forma rectángulos juntando cuadrados. Ha comenzado con dos pequeños cuadrados, uno de los cuales tiene un vértice en el punto A, después ha continuado juntando un cuadrado a la derecha, después uno debajo, después uno a la izquierda, después uno encima, después de nuevo uno a la derecha y así sucesivamente. En la figura está representado el rectángulo formado por los primeros siete cuadrados, que tiene un vértice en el punto B. Alberto ha dibujado a continuación un cuarto de circunferencia en el interior de cada uno de los siete cuadrados; cada cuarto de circunferencia une dos vértices opuestos de un cuadrado y tiene el centro en otro vértice del mismo cuadrado. Los primeros siete cuartos de circunferencia forman una *espiral* que va desde A hasta B. El perímetro del rectángulo formado por los primeros siete cuadrados mide 136 cm. ¿Cuál es la longitud de la espiral?



Universidad del Valle  
Departamento de Matemáticas  
<http://matematicas.univalle.edu.co/orm>  
[orm.univalle@gmail.com](mailto:orm.univalle@gmail.com)



# Prueba Final - Segundo Día



Junio 2 de 2013

## Nivel Medio

8° y 9°

### INSTRUCCIONES PARA LA PRESENTACIÓN DE LA PRUEBA

1. Asegúrese de que la prueba y el cuadernillo que le entregan corresponden a su nivel.
2. La prueba para el día de hoy consta de 3 preguntas de respuesta abierta. Al contestar una pregunta, debe justificar completamente su respuesta. Si no se presenta la justificación, sólo se otorgará la quinta parte del puntaje asignado al problema.
3. Para la realización de la prueba, sólo se necesita lápiz y borrador; por tanto, NO se permite el uso de ningún tipo de material adicional (computadores, celulares, calculadoras, libros, cuadernos, etc).
4. La prueba se calificará de acuerdo al puntaje indicado en cada problema.
5. El estudiante no puede hacer preguntas durante el desarrollo de la prueba.
6. Al terminar la prueba, el estudiante debe devolver al profesor encargado únicamente el CUADERNILLO DE RESPUESTAS (puede conservar este temario), sin olvidar marcar todas las hojas del cuadernillo con su nombre, colegio, municipio, grado, número de identificación y firma.
7. La prueba tiene una duración máxima de 2 horas y media.

**1. [20 puntos]** En un planeta, el año dura 101 días y los días están numerados del 1 al 101. Resulta que llueve un día, después deja de llover dos días, al día siguiente vuelve a llover y después deja de llover el día siguiente; otra vez llueve y luego pasan dos días más sin llover y así sucesivamente, alternándose los días que no hay lluvia en 2, 1, 2, 1, 2, etc. Llovió por primera vez el día 2, luego el 5, luego el 7, luego el 10, luego el 12, etc.

Si hoy es el primer día del año en dicho planeta, ¿al final de cuáles años llovió en cada día la misma cantidad de veces?

**2. [15 puntos]** En el siguiente cuadro cada casilla representa un número natural desde el 5 hasta el 20 sin repetir. La suma de los cuatro números de cada fila es siempre la misma, de igual forma que la suma de los cuatro números de cada columna. Además se conoce que el número de la casilla superior izquierda es impar.

Determine cual es el orden de estos números en el cuadro.

IK	B	IF	II
G	ND	C	IA
IB	K	IC	IN
ID	IG	F	IE

**3. [15 puntos]** En un parque de diversiones hay ocho niños, todos de distinta estatura, ellos deben formar una fila ordenada de menor a mayor para ingresar a la montaña rusa. Diremos que la fila tiene exactamente un error si hay un niño que está inmediatamente detrás de otro más alto que él, y todos los demás (salvo el primero de la fila) están inmediatamente detrás de uno más bajo. ¿De cuántas maneras los ocho niños pueden formar una fila para la montaña rusa con exactamente un error?

