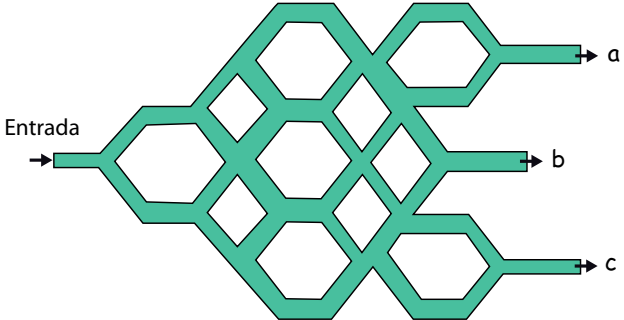


1. [3 puntos] En las próximas vacaciones de fin de año, Angélica y su familia han planeado ir a Bogotá, Medellín o Manizales, haciendo escala en Armenia donde decidirán cuál de esas tres ciudades será su destino final. Ellos tienen la posibilidad de usar 3 medios de transporte desde su lugar de residencia hasta Armenia, y desde allí 2 medios de transporte para ir a Bogotá, 4 para ir a Medellín y 2 para ir a Manizales. Si en el viaje de regreso utilizan un medio de transporte distinto al usado en el viaje de ida, ¿de cuántas posibles maneras puede la familia de Angélica hacer su viaje completo de vacaciones?

- a) 18 b) 24 c) 72 d) 84 e) 96

2. [5 puntos] Entran 1600 excursionistas a un laberinto que tiene tres salidas, a, b y c ; como el que se muestra en la siguiente figura.



En cada ramificación la mitad de los excursionistas sigue por un camino y la otra mitad sigue por el otro. El número total de excursionistas que sale por a y b es:

- a) 825 b) 950 c) 1075 d) 1150 e) 1325

3. [7 puntos] Considere la siguiente información: Sea E la ecuación $ax + by = c$, con a, b, c enteros. Una **solución entera positiva** de la ecuación E es un par (x_0, y_0) de enteros positivos, ambos, tales que $ax_0 + by_0 = c$. Por otra parte, el **máximo común divisor** de a y b se denota mediante el símbolo $MCD(a, b)$.

Teorema. Sea E la ecuación $ax + by = c$, con a, b, c enteros. Entonces:

- i) Si $MCD(a, b)$ no es un divisor de c , entonces la ecuación E no tiene soluciones enteras.
- ii) Si $MCD(a, b)$ es un divisor de c , entonces la ecuación E tiene al menos una solución entera.
- iii) Si existe alguna solución entera (x_0, y_0) de E , entonces E tiene infinitas soluciones enteras (x', y') de la forma $x' = x_0 + bt$, $y' = y_0 - at$, siendo t un entero.

De acuerdo con lo anterior, se puede afirmar que la ecuación $4x + 3y = 904$:

- a) No tiene soluciones enteras.
- b) Tiene infinitas soluciones enteras positivas.
- c) Tiene 74 soluciones enteras positivas.
- d) Tiene 75 soluciones enteras positivas.
- e) Tiene 76 soluciones enteras positivas.

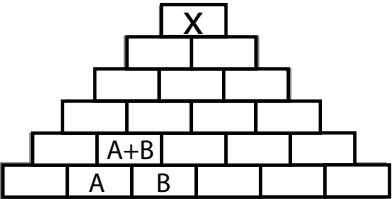
4. [5 puntos] Se dice que un número natural es *ascendente* si cada dígito en él es mayor que el dígito de su izquierda. Por ejemplo, 3578 es un número ascendente. ¿Cuál es la cantidad de números ascendentes comprendidos entre 1000 y 9999?

5. [5 puntos] Los números primos p, q, r satisfacen las siguientes igualdades:

$$r - q = 2p \qquad r q + p^2 = 676$$

Determine el valor del producto $p \cdot q \cdot r$.

6. [5 puntos] Se escribe cada uno de los números 1, 2, 3, 4, 5 y 6 en una de las casillas de la base de una pirámide. En cada una de las casillas superiores se pone la suma de los números de las dos casillas que la *sostienen*, tal y como se ilustra en el diagrama. Se sigue así hasta obtener un solo número **X** en la casilla superior. ¿Cuál es el menor valor que puede alcanzar **X**?



Prueba Pre-Selectiva



Nivel Avanzado

10° y 11°

Abril 5 de 2013

INSTRUCCIONES PARA LA PRESENTACIÓN DE LA PRUEBA

1. Asegúrese de que la prueba y la hoja de respuestas que le entregan corresponde a su nivel. Nivel Básico para los grados 6° y 7°; Nivel Medio para los grados 8° y 9°; Nivel Avanzado para los grados 10° y 11°.
2. La prueba consta de seis preguntas:
 - Tres de selección múltiple. Para contestar una pregunta, marque con una X la respuesta de su elección. Si aparece más de una marcación en la misma pregunta, dicha respuesta se considerará incorrecta.
 - Tres preguntas de respuesta abierta. Para contestar una pregunta, escriba **únicamente** el número entero entre 000 y 999, inclusive, que usted considera es la respuesta del problema. La prueba se calificará de acuerdo al puntaje indicado en cada problema.
3. Para la realización de la prueba, solo se necesita lápiz y borrador, por tanto NO se permite el uso de material adicional (computadores, celulares, calculadoras, libros, cuadernos, etc). El estudiante no puede hacer preguntas durante el desarrollo de la prueba.
4. Al terminar la prueba, el estudiante debe devolver al profesor encargado únicamente la HOJA DE RESPUESTAS (puede conservar este temario), sin olvidar marcarla con su nombre completo, colegio, grado, número de identificación y firma.
5. El tiempo máximo para la realización de la prueba es de 90 minutos.



Universidad del Valle
 Departamento de Matemáticas
[http:// matematicas.univalle.edu.co/orm](http://matematicas.univalle.edu.co/orm)
orm.univalle@gmail.com

