

7. [4 puntos] Determine tres números reales tal que su suma sea 0 y su producto sea 1.

8. [5 puntos] En una Institución Educativa el 70% de los niños practica fútbol, el 70% de los niños practica volleyball, y el 70% de los niños practica natación. ¿cuál es el mínimo porcentaje de niños en esta institución que practica los tres deportes al mismo tiempo?

# Prueba Selectiva



Mayo 23 de 2008

## Nivel Avanzado

Grados 10 y 11

### INSTRUCCIONES PARA LA PRESENTACIÓN DE LA PRUEBA

1. Asegurarse que el examen y la hoja de respuestas que le entregan corresponde a su nivel.
2. El examen consta de 8 preguntas, todas de respuesta abierta, para contestar una pregunta escriba **únicamente** la respuesta que usted considere es la del problema. Si aparece más de una respuesta en la misma pregunta, dicha respuesta se considerará incorrecta.
3. Para la realización del examen solo se necesita lápiz y borrador, por tanto NO se permite el uso de ningún tipo de material adicional (Computadores, celulares, calculadoras, libros, cuadernos, etc).
4. El examen se calificará de acuerdo al puntaje indicado en cada problema.
5. El estudiante no está autorizado para hacer preguntas durante el examen.
6. Al terminar el examen el estudiante debe devolver al profesor encargado únicamente la HOJA DE RESPUESTAS (puede conservar este temario), sin olvidar marcarla con su nombre, colegio, grado, número de identificación y firma.



Universidad del Valle

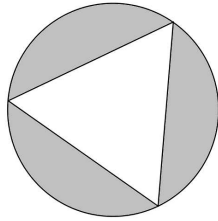
Departamento de Matemáticas

<http://matematicas.univalle.edu.co/orm>

[olimpiadasmaticas@univalle.edu.co](mailto:olimpiadasmaticas@univalle.edu.co)



1. **[5 puntos]** Un triángulo equilátero de perímetro  $6\text{cm}$  se inscribe en una circunferencia, como lo muestra la figura. ¿Cuál es el valor del área sombreada de la figura?

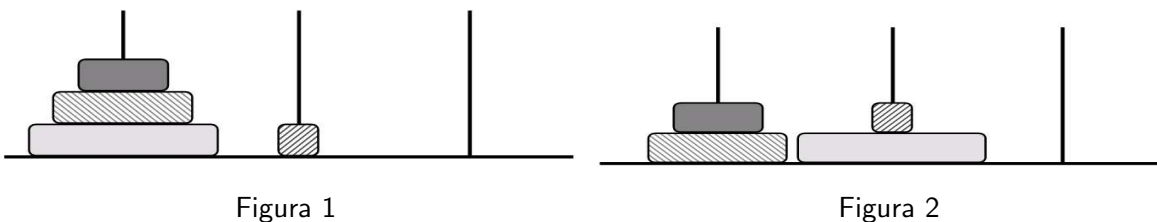


2. **[4 puntos]** En vacaciones, Alex y Andrés estuvieron trabajando en una tienda de video juegos durante toda la semana; ellos notaron que ambos gastaron en cada uno de los siete días la misma cantidad de tiempo. Por otro lado Plinio trabajó en un centro recreacional, pero sólo los días martes, viernes y sábado; y en cada uno de éstos tres días gastó una cantidad igual de horas. Al finalizar la semana Alex, Andrés y Plinio se dieron cuenta que en total habían trabajado 65 horas. Si el tiempo total que trabajaron el martes no es un número primo, ¿Cuál es la cantidad total de horas que trabajaron entre los tres desde el día lunes hasta el día viernes?

3. **[4 puntos]** Las Torres de Hanoi es un juego matemático inventado en 1883 por el matemático francés Édouard Lucas. Consta de tres varillas verticales en las cuales se pone un cierto número de discos, todos de diferentes tamaños y consiste en mover los discos de una varilla a otra bajo las siguientes restricciones:

- Sólo se puede mover un disco cada vez.
- Un disco de mayor tamaño no se puede poner sobre uno más pequeño que él mismo.
- Sólo se puede desplazar el disco que se encuentra arriba de cada varilla.

Ahora, dadas las condiciones del juego, determine el mínimo número de movimientos necesarios para mover los discos de la posición indicada en la figura 1 a la indicada en la figura 2.



4. **[5 puntos]** Un cuadrado mágico de orden  $n$ , es un cuadrado con  $n^2$  casillas en las cuales se ubican los números del 1 al  $n^2$  de tal manera que la suma de los números ubicados en cualquier fila, columna o diagonal sumen siempre la misma cantidad. Por ejemplo los cuadrados mágicos de orden 3 y 4 son los siguientes:

8	1	6
3	5	7
4	9	2

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

En el primero cada fila, columna o diagonal suma 15 y en el segundo 34. En un cuadrado mágico de orden 7, ¿cuál es el valor que debe sumar cada fila, columna o diagonal?

5. **[7 puntos]** Si  $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ , entonces ¿cuál es el valor de la siguiente expresión?

$$x^{2008} + x^{-2008} + x^{2009} + x^{-2009}$$

6. **[6 puntos]** A partir de un hexágono regular de lado  $2\text{cm}$  se construye la siguiente secuencia de figuras.

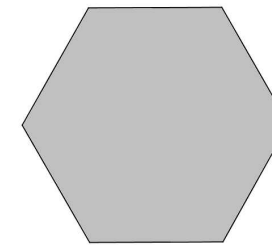


Figura 1

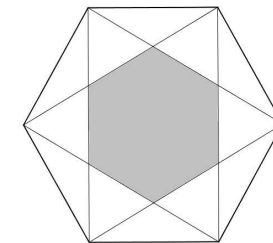


Figura 2

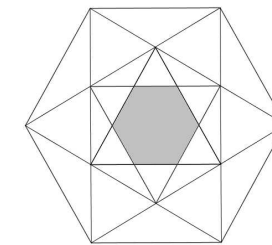


Figura 3

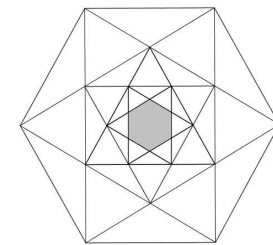


Figura 4

¿Cuál es el área de la región sombreada de la siguiente figura de la secuencia?