

# Prueba Selectiva



## Nivel Avanzado

Grados 10 y 11

Mayo 14 de 2011

### INSTRUCCIONES PARA LA PRESENTACIÓN DE LA PRUEBA

1. Asegúrese de que la prueba y la hoja de respuestas que le entregan corresponde a su nivel. Los niveles son:
  - Nivel Básico para los grados 6 y 7.
  - Nivel Medio para los grados 8 y 9.
  - Nivel Avanzado para los grados 10 y 11.
2. La prueba consta de 8 preguntas de respuesta abierta. La respuesta es un número entero entre 000 y 999, inclusive. Para contestar una pregunta, escriba **únicamente** el número que usted considera es la respuesta del problema.
3. Para la realización de la prueba, sólo se necesita lápiz y borrador, por tanto NO se permite el uso de ningún tipo de material adicional (computadores, celulares, calculadoras, libros, cuadernos, etc). El estudiante no puede hacer preguntas durante el desarrollo de la prueba.
4. Al terminar la prueba, el estudiante debe devolver al profesor encargado únicamente la HOJA DE RESPUESTAS (puede conservar este temario), sin olvidar marcarla con su nombre completo, colegio, grado, número de identificación y firma.
5. La prueba se calificará de acuerdo al puntaje indicado en cada problema.
6. El tiempo máximo para la presentación de la prueba es 2 horas.



**Universidad del Valle**

Departamento de Matemáticas

<http://matematicas.univalle.edu.co/orm>

[orm.univalle@gmail.com](mailto:orm.univalle@gmail.com)



1. [4 puntos] Sea  $f$  una función que cumple que

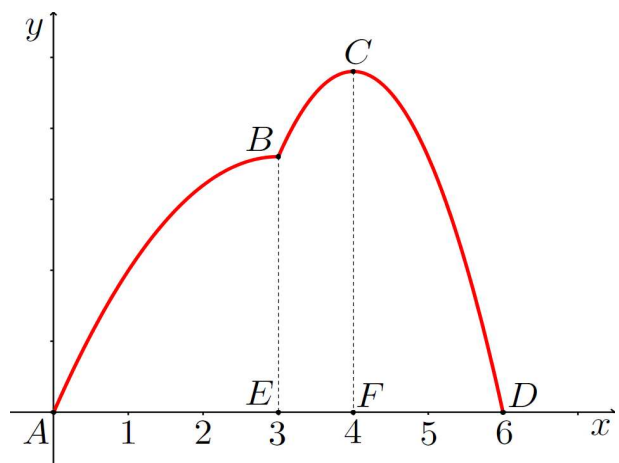
$$3(x^2 - x)f(x - 1) + 2xf(x) = 6.$$

Calcular el valor de  $f(1) + f(3)$ .

2. [6 puntos] Se toman todos los números enteros positivos menores que 2011 y mayores que 1000, se multiplican las cifras de cada uno, luego se suman todos los resultados de las multiplicaciones y se obtiene así el número  $m$ . ¿Cuál es la raíz cúbica de  $m$ ?

3. [6 puntos] Sea  $A$  la suma de todos los números de cuatro cifras formados a partir de los dígitos  $\{1, 2, 3, 4\}$ . ¿Cuál es el valor de  $\frac{A}{2^7}$ ?

4. [3 puntos] Una hormiga camina desde  $A$  hasta  $D$  (ver figura). El camino de  $A$  a  $B$  es un arco de parábola donde  $B$  es el vértice. El camino de  $B$  a  $D$  es otro arco de parábola donde  $C$  es el vértice. Calcular la razón  $\frac{FC}{EB}$ .



5. [7 puntos] Sea  $S = (50 \times 1) + (49 \times 3) + (48 \times 5) + \dots + (2 \times 97) + (1 \times 99) - (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 49^2 + 50^2)$ . ¿Cuál es el valor de  $S$ ?

6. [6 puntos] Carlos invitó a sus amigos para celebrar su cumpleaños, se sabe que los asistentes a la fiesta vienen de 3 colegios distintos y que sus edades van desde 16 hasta 18 años. ¿Cuál debe ser la mínima cantidad de asistentes a la fiesta de manera que siempre existan 4 que estudian en el mismo colegio, tienen la misma edad y el mismo sexo?

7. [4 puntos] A Carlos le encantan los acertijos, por eso ha creado uno sobre la edad de su familia:

Carlos nació cuando el promedio de las edades de sus padres era 24. Al transcurrir  $\frac{1}{3}$  de su edad actual entró a la escuela. Cinco años después nació su hermano menor. Actualmente su hermano menor comienza la escuela, a la misma edad a la que él lo hizo. ¿Cuál es la suma de las edades actuales de Carlos, sus padres y su hermano?

8. [4 puntos] Dado un círculo de radio uno tomemos un punto  $p$  que pertenezca a su interior. Si  $l_1$  es el diámetro del círculo que pasa por  $p$  y  $l_2$  es la línea que pasa por  $p$  y es perpendicular a  $l_1$ , entonces  $l_1$  y  $l_2$  intersecan el círculo en cuatro puntos  $A, B, C, D$ . ¿Cuál es el mayor valor posible que puede tomar el área del cuadrilátero  $ABCD$ ?